## التمرين الأول( 3.5 ):

نعتبر المعادلة $(E): 3x - 8y = 5$ حيث $x$ و $y$ صحيحان نسبيان

1) اثبت ان حلول المعادلة $(E)$ هي الثنائيات $(x;y)$ حيث $x = 8k - 1$، $y = 3k - 1$ و $k \in \mathbb{Z}$

2) ا) لتكن $n$، $x$ و $y$ ثلاثة اعداد صحيحة تحقق $\begin{cases} n = 3x + 2 \\ n = 8y + 7 \end{cases}$ اثبت ان $(x;y)$ حل للمعادلة $(E)$

ب) نعتبر الجملة $(S)\begin{cases} n \equiv 2[3] \\ n \equiv 7[8] \end{cases}$ حيث $n$ عدد صحيح . اثبت ان $n$ حل للجملة $(S)$ اذا وفقط اذا كان $n \equiv 23[24]$

3) تأكد ان $2015$ حل للجملة $(S)$ ثم استنتج ان $2015^{1436} - 1$ يقبل القسمة على $24$

## التمرين الثاني(4.5):

الفضاء منسوب الى المعلم المتعامد المتجانس نعتبر النقط $A(-2;-1;3)$، $B(1;3;5)$، $C\left(2;-\frac{1}{2};-4\right)$ و $D(2;-2;-3)$، $E(1;-1;2)$، $F(1;-1;1)$ والمستقيم $(\Delta)$ معرف بالتمثيل الوسيطي التالي : $t \in ]0;+\infty[$ ; $\begin{cases} x = 1 - \ln(t) \\ y = -\ln\left(\frac{e}{t}\right) \\ z = -1 + \ln(e^2 t) \end{cases}$

1. ا) بين ان النقط $A$، $B$، $C$ تعين مستويا $(ABC)$

ب) تحقق ان الشعاع $\vec{n}\begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ ناظمي للمستوي $(ABC)$ ثم عين معادلة ديكارتية له

2. ا) اوجد $\vec{u}$ احد اشعة توجيه المستقيم واحداثيات نقطة منه $(\Delta)$

ب) لتكن $M(x;y;z)$ نقطة من المستقيم $(\Delta)$ اوجد $EM^2$ بدلالة $t$

ج) اوجد اصغر قيمة $EM^2$ ثم استنتج المسافة بين النقطة $E$ والمستقيم $(\Delta)$ و استنتج احداثيات $H$ المسقط العمودي للنقطة $E$ على المستقيم $(\Delta)$

د) اكتب معادلة سطح الكرة $(S)$ التي مركزها $E$ ويمس المستقيم $(\Delta)$

3. ا) بين ان المثلث $ABC$ قائم في $A$ واحسب مساحته

ب) احسب حجم رباعي الوجوه $ABCD$

## التمرين الثالث(05):

نعتبر في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$ كثير الحدود : $P(z) = z^4 + 8 - 8\sqrt{3}i$

1. ا) احسب العدد المركب $\left(\sqrt{3} + i\right)^2$ ثم استنتج في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$ حلول المعادلتين : $z^2 = 2 + 2\sqrt{3}i$ و $z^2 = -2 - 2\sqrt{3}i$

ب) تحقق انه من اجل كل عدد مركب $z$ : $P(z) = \left(z^2 + 2 + 2\sqrt{3}i\right)\left(z^2 - 2 - 2\sqrt{3}i\right)$

2. في المستوي المركب المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$، نعتبر النقط $A$،$B$، $C$ و $D$ ذات اللاحقات $z_A=\sqrt{3}+i$، $z_B=-1+\sqrt{3}i$، $z_C=-z_A$ و$z_D=-z_B$ على الترتيب

ا) اكتب الاعداد المركبة $A$،$B$، $C$ و $D$ على الشكل الاسي .

ب) علم النقط $A$،$B$، $C$ و $D$ ثم بين انها تنتمي الى الدائرة مركزها $O$ يطلب تعيين نصف قطرها

ج) بين ان : $\frac{z_A+z_B}{z_A+z_D}=i$ ثم اعط تفسيرا هندسيا لطويلة وعمدة العدد المركب $\frac{z_A+z_B}{z_A+z_D}$ واستنتج طبيعة المثلث $ABD$

3. نعتبر التحويل النقطي $T$ في المستوي الذي يرفق بكل نقطة $M$ ذات اللاحقة $z$ النقطة $M'$ ذات اللاحقة $'$ حيث $z'=e^{i\frac{\pi}{2}}z$

ا) عين طبيعة التحويل $T$ محددا عناصره المميزة

ب) تحقق ان $T(A)=B$ ،$T(B)=C$ و $T(C)=D$

ج) بين انه من اجل كل عدد مركب $z$ : $P(z')=P(z)$

د) احسب $P(z_A)$ ثم استنتج مرة اخرى حلول المعادلة $P(z)=0$

## لتمرين الرابع(07):

تكن الدالة $f$ المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ كما يلي : $\begin{cases} f(x)=\frac{1}{2}x^2(3-\ln x^2+1) & ;x>0 \\ f(0)=1 \end{cases}$ . وليكن $(C_f)$ تمثيلها البياني

ي المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ . وحدة الطول $2cm$

**I.** .

1. احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$
2. ادرس قابلية اشتقاق الدالة $f$ عند $0$ ثم فسر النتيجة هندسيا
3. ادرس اتجاه تغيرات الدالة $f$ ثم شكل جدول تغيراتها
4. بين انه يوجد عدد حقيقي وحيد $\alpha$ بحيث $\alpha\geq 0$ : $f(\alpha)=0$ ، ثم تحقق ان : $4.6<\alpha<4.7$
5. اكتب معادلة للمستقيم $(D)$ المماس للمنحنى عند النقطة ذات الفاصلة $1$

**II.** $g$ دالة معرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=f(x)-2x-\frac{1}{2}$

1. احسب $g'(x)$ و $g''(x)$ ثم ادرس اتجاه تغيرات الدالة $g'$ واستنتج اشارتها على المجال $]0;+\infty[$
2. حدد اتجاه تغير الدالة $g$ ، ثم استنتج وضعية $(C_f)$ بالنسبة الى $(D)$
3. انشئ $(D)$ و $(C_f)$

**II.** .

1. من اجل كل عدد طبيعي $n$ غير معدوم نضع : $I_n=\int_{\frac{1}{n}}^{1} x^2\ln x\,dx$
   - احسب $I_n$ بدلالة $n$ باستعمال المكاملة بالتجزئة
2. استنتج بدلالة $n$ المساحة $A(n)$ بـ $cm^2$ للحيز المستوي المحدد بالمنحنى $(C_f)$ والمماس $(D)$ والمستقيمين المعرفين بالمعادلتين : $x=\frac{1}{n}$ و $x=1$ ، ثم احسب $\lim_{n\to+\infty} A(n)$

| التنقيط | التصحيـــح المفصل |
|---|---|

**التمرين 01** :

1. اثبت ان حلول المعادلة $(E)$ هي الثنائيات $(x;y)$ حيث $x = 8k-1$، $y = 3k-1$ و $k\in\mathbb{Z}$

ومنه : $3(x+1) = 8(y+1)$

3 يقسم الجداء $8(y+1)$ واولي مع فهو يقسم $y+1$ — 0.5

يعني $y = 3k-1$ حيث $k\in\mathbb{Z}$ وبتعويض في نجد $x = 8k-1$

$\begin{cases} n = 3x+2 \\ n = 8y+7 \end{cases}$ يستلزم $3x+2 = 8y+7$ يعني — 0.5

$3x - 8y = 5$ ومنه $(x; )$ حل للمعادلة $(E)$

2. ا) اثبات ان $(x;y)$ حل للمعادلة $(E)$ :

$\begin{cases} n \equiv 2[3] \\ n \equiv 7[8] \end{cases}$ يكافئ $\begin{cases} n = 3x+2 \\ n = 8y+7 \end{cases}$ — 0.75

ب) اثبت ان $n$ حل للجملة $(S)$ اذا وفقط اذا كان $n \equiv 23[24]$

$(x;y)$ حل للمعادلة $(E)$ حسب السؤال 2 ا) ومنه

$x = 8k-1$ و $y = 3k-1$ اذن

$n = 3x+2 = 24k-1$ يعني : $n \equiv -1[24]$ ومنه — 0.75

$n \equiv 23[24]$

نفرض ان يعني ومنه $\begin{cases} n-2 = 24k+21 \\ n-7 = 24k+16 \end{cases}$ ومنه — 0.75

$\begin{cases} n-2 = 3(7k+8) \\ n-7 = 8(8k+7) \end{cases}$ يعني $\begin{cases} n \equiv 2[3] \\ n \equiv 7[8] \end{cases}$

3. ا) تأكد ان $2015$ حل للجملة $(S)$:

لدينا $2015 = 3\times 671 + 2$ يعني $2015 \equiv 2[3]$ و — 0.5

يعني $2015 = 8\times 251 + 7$ ان $2015 \equiv 7[8]$

اذن $2015 \equiv 23[24]$ اذن $2015^{1436} \equiv (-1)^{1436}[24]$

$2015^{1436} \equiv 1[24]$ اخيرا $2015^{1436} - 1 \equiv 0[24]$ — 0.5

يعني ان $2015^{1436} - 1$ يقبل القسمة على 24

**التمرين 02** :

1. ا) اثبات ان النقط $A$، $B$، $C$ تعين مستويا $(ABC)$ لدينا — 0.5

$\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} 4 \\ \frac{1}{2} \\ -7 \end{pmatrix}$، $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}$: بما ان $\frac{3}{4} \neq 8$ فان النقط $A$، $B$، $C$ تعين مستويا

ب) التحقق ان الشعاع $\vec{n}\begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ ناظمي للمستوي $(ABC)$ نحسب

$\overrightarrow{AB}.\vec{n} = 6 - 8 + 2 = 0$ و $\overrightarrow{AC}.\vec{n} = 8 - 7 - 1 = 0$ — 0.5

اذن محققة

تعيين معادلة ديكارتية للمستوي $(ABC)$ هي : — 0.5

$2x - 2y + z = 1$

1) ا) ايجاد احد اشعة توجيه $\vec{u}$ المستقيم $(\Delta)$ تمثيله الوسيطي

هو $\begin{cases} x = 1 - \ln(t) \\ x = -\ln\left(\frac{e}{t}\right) \\ z = -1 + \ln(e^2 t) \end{cases}$ $; t\in]0;+\infty[$ يكافئ — 0.75

$\begin{cases} x = 1 - \ln(t) \\ y = -1 + \ln(t) \\ z = 1 + \ln(t) \end{cases}$ $; t\in]0;+\infty[$ بوضع

نجد $k\in\mathbb{R}$ ; $\begin{cases} x = 1 - k \\ y = -1 + k \\ z = 1 + k \end{cases}$ ومنه $\vec{u}\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

نقطة من $(\Delta)$ هي $L(1;-1;1)$

ب) لتكن $M(x;y;z)$ نقطة من المستقيم $(\Delta)$ ايجاد $EM^2$ بدلالة $t$

$EM^2 = (x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2$ ومنه — 0.5

$EM^2 = (\ln(t))^2 + (\ln(t))^2 + (\ln(t) - 1)^2$ اي

$EM^2 = 3(\ln(t))^2 - 2\ln(t) + 1$

ج) ايجاد اصغر قيمة $EM^2$ نضع $EM^2 = f(t)$ وندرس اتجاه

تغير الدالة $f$ نجد ان $f'(t) = \frac{2(3\ln(t) - 1)}{t}$ تنعدم $f'$ عند — 0.25

$t = e^{\frac{1}{3}}$ وسالبة على المجال $\left]0; e^{\frac{1}{3}}\right[$ ومنه $f$ متناقصة على المجال

$\left]0; e^{\frac{1}{3}}\right[$ ومتزايدة على المجال $\left]e^{\frac{1}{3}}; +\infty\right[$ اذن اصغر قيمة تصلها

$EM^2$ عندما $t = e^{\frac{1}{3}}$ اي $EM^2 = \frac{2}{3}$ ومنه المسافة بين النقطة $E$

والمستقيم $(\Delta)$ هي $\frac{2}{3}$

د) استنتاج احداثيات $H$ المسقط العمودي للنقطة $E$ على المستقيم

$(\Delta)$ نعوض في التمثيل الوسيطي $t = e^{\frac{1}{3}}$ هي $H\left(\frac{2}{3}; -\frac{2}{3}; \frac{4}{3}\right)$ — 0.25

و) كتابة معادلة سطح الكرة $(S)$ التي مركزها $E$ ويمس

المستقيم $(\Delta)$ هي مجموعة النقط $M(x;y;z)$ حيث — 0.5

$x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 4z + \frac{16}{3} = 0$ يكافئ

$(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = \frac{2}{3}$

2) ا) تبيين ان المثلث $ABC$ قائم في $A$ لدينا $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = 0$ ومنه — 0.25

محققة

حساب مساحة المثلث $ABC$ : $S_{ABC} = \frac{1}{2}AB \times AC = \frac{87}{4}$ — 0.5

ب) حساب حجم رباعي الوجوه $ABCD$ نحسب

$d(D;(ABC)) = \frac{4}{3}$ ومنه الحجم — 0.5

$V_{ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABC}.d = \frac{87}{9}$

**التمرين 03:**

1. ا) احسب العدد المركب $\left(\sqrt{3}+i\right)^2$ — 0.25

$\left(\sqrt{3}+i\right)^2 = 2+2\sqrt{3}i$

استنتاج: معناه $z^2 = 2+2\sqrt{3}i$ : معناه $z^2 = \left(\sqrt{3}+i\right)^2$ : — 0.5

$z=-\sqrt{3}-i$ او $z=\sqrt{3}+i$

معناه $z^2=-2-2\sqrt{3}i$ : $z^2=\left(i\left(\sqrt{3}+i\right)\right)^2$

معناه $z=-1+\sqrt{3}i$ او $z=1-\sqrt{3}i$

$S=\{-\sqrt{3}-i;\sqrt{3}+i;1-\sqrt{3}i;-1+\sqrt{3}i\}$

ب) التحقق: $P(z)=\left(z^2+2+2\sqrt{3}i\right)\left(z^2-2-2\sqrt{3}i\right)$ — 0.25

$=z^4+8-8\sqrt{3}i$

2. ا) اكتب الاعداد المركبة $A$، $B$، $C$ و $D$ على الشكل الاسي

$z_A=2e^{i\frac{\pi}{6}}$ ، $z_B=2e^{i\left(\frac{2\pi}{3}\right)}$، $z_C=2e^{i\left(\frac{7\pi}{6}\right)}$، — 0.5

$z_D=2e^{i\left(\frac{2\pi}{3}\right)}$،

ب) تعليم النقط: — 0.5

$OA=OB=OC=OD=2$ ونصف قطر الدائرة هو 2 — 0.5

ج) $\frac{z_A+z_B}{z_A+z_D}=i$ و $\frac{z_A+z_B}{z_A+z_D}=\frac{z_A-z_D}{z_A-z_B}=\frac{z_D-z_A}{z_B-z_A}=i$ ، — 0.25

التفسير: $AD=AB$ و $\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AD}\right)=\frac{\pi}{2}$

فالمثلث $ABD$ قائم في $A$ ومتساوي الساقين — 0.75

3. $T: z'=e^{i\frac{\pi}{2}}z$

ا) عين طبيعة التحويل $T$ محددا عناصره المميزة — 0.5

$T$ دوران مركزه $O$ وزاويته $\frac{\pi}{2}$

ب) التحقيق: $T(A)=B$ معناه $e^{i\frac{\pi}{2}}\times 2e^{i\frac{\pi}{2}}=z_B$

$T(B)=C$ معناه $e^{i\frac{\pi}{2}}\times 2e^{i\frac{2\pi}{3}}=z_C$

$T(C)=D$ معناه $e^{i\frac{\pi}{2}}\times 2e^{i\frac{7\pi}{6}}=z_D$ — 0.5

ج) $P(z')=P\left(e^{i\frac{\pi}{2}}z\right)=(iz)^4+8-8\sqrt{3}i=P(z)$

د) $P(z_A)=0$ — 0.25

لدينا: $P(z_A)=P(z_B)$ ومنه $P(z_B)=0$ — 0.25

$P(z_B)=P(z_C)$ ومنه $P(z_C)=0$

$P(z_C)=P(z_D)$ ومنه $P(z_D)=0$ — 0.25

اذا حلول المعادلة $P(z)=0$ هي:

$S=\{-\sqrt{3}-i;\sqrt{3}+i;1-\sqrt{3}i;-1+\sqrt{3}i\}$

**التمرين 04:**

1. لدينا $f(x)=\frac{1}{2}x^2\left(3-\ln x^2+1\right.\ ;x>0)$ و

$f(0)=1$ — 0.25

2. حساب نهاية $f$ عند $+\infty$

$\lim_{x\to+\infty}f(x)=-\infty$ — 0.25

3. دراسة قابلية اشتقاق $f$ عند 0

من الواضح ان $f$ غير قابلة للاشتقاق عند لانها ليست نعرفة على يسار 0 — 0.5

لندرس قابلية اشتقاق $f$ على يمين 0:

$$\lim_{\substack{x\to 0\\ >}}\frac{f(x)-f(0)}{x}=\lim_{\substack{x\to 0\\ >}}\frac{\frac{1}{2}x^2\left(3-\ln x^2\right)+1-1}{x}=0$$

ومنه قابلة للاشتقاق على يمين 0 والمنحنى $(C_f)$ يقبل نصف مماس موازي لمحور الفواصل عند النقطة $(0;1)$

1) دراسة اتجاه تغير الدالة $f$

حساب المشتق: الدالة $f$ قابلة للاشتقاق على المجال $]0;+\infty[$ — 0.5

حيث: $f'(x)=x(3-2\ln x)-x$ ومنه

$f'(x)=2x(1-\ln x)$

اشارة $f'(x)$ هي اشارة $(1-\ln x)$ لان $2x>0$

$f'(x)\geq 0$ يكافئ $(1-\ln x)\geq 0$ يكافئ $\ln x\leq 1$

اي $x\leq e$ اي $x\epsilon]0;e]$ اذن:

$x\epsilon]0;e]$ يكافئ $f'(x)\geq 0$ ومنه الدالة $f$ متزايدة تماما

ونستنتج $x\epsilon[e;+\infty[$ يكافئ $f'(x)\leq 0$ ومنه الدالة $f$ متناقصة تماما

جدول تغيرات الدالة $f$: — 0.5

| $x$ | $0$ | | $e$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $f(x)$ | $1$ | ↗ | $\frac{1}{2}e^2+1$ | ↘ | $-\infty$ |

1) تبيان انه يوجد عدد حقيقي وحيد $\alpha$ حيث: $\alpha\geq 0$

و $f(\alpha)=0$ من جدول التغيرات نجد الدالة $f$ متناقصة تماما — 0.5

على $[e;+\infty[$ ومستمرة على هذا المجال ولدينا:

و $f(e)=\frac{1}{2}e^2+1$ و $\lim_{x\to+\infty}f(x)=-\infty$ اذن

حسب مبرهنة القيم المتوسطة فان المعادلة $f(x)=0$ تقبل

حلا وحيدا $\alpha$ في المجال $[e;+\infty[$ يحقق $f(\alpha)=0$

التحقق ان: $4.6\leq\alpha\leq 4.7$ لدينا $f(4.7)\times$

$f(4.6)<0$ ومنه $4.6\leq\alpha\leq 4.7$

2) كتابة معادلة المماس $(D)$ للمنحنى $(C_f)$ عند النقطة ذات الفاصلة 1:

$(D): y=f'(x)(x-1)+f(1)$ ومنه:

$(D): y=2x+\frac{1}{2}$ — 0.5

ا. لدينا $g(x)=f(x)-2x-\frac{1}{2}$

حساب $g'(x)$ و $g''(x)$:

الدالة $g$ قابلة للاشتقاق على المجال $]0;+\infty[$ حيث

$g'(x)=f'(x)-2$: اي $g'(x)=2x(1-\ln x)$ — 0.5

الدالة $g'$ قابلة للاشتقاق على المجال $]0;+\infty[$ حيث:

اي $g''(x)=2(1-\ln x)+2x\left(-\frac{1}{x}\right)$

$g''(x)=-2\ln x$

دراسة اتجاه تغير $g'$

$g''(x) \geq 0$ يكافئ $-2\ln x \geq 0$ يكافئ $\ln x \leq 0$ يكافئ

$0 < x \leq 1$ اذن الدالة $g'$ متزايدة تماما على $]0;1]$ 0.5

$g''(x) < 0$ يكافئ $-2\ln x < 0$ يكافئ $\ln x > 0$

يكافئ $x > 1$ اذن الدالة $g'$ متناقصة تماما على $[1;+\infty[$

جدول تغيرات الدالة $g'$ : 0.25

| $x$ | $0$ | $1$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $g''(x)$ | $+$ | $0$ | $-$ |
| $g'(x)$ | $-2 \nearrow$ | $0$ | $\searrow -\infty$ |

اشارة الدالة $g'$ على المجال $]0;+\infty[$: 0.25

من جدول التغيرات الدالة $g'$ نجد من اجل كل عدد حقيقي $x$:

$g'(x) \leq 0$ 0.25

4. تحديد اتجاه تغير الدالة $g$ :

لدينا من السؤال 1 . 0 $g'(x) \leq 0$ ومنه الدالة $g$ متناقصة تماما على المجال $]0;+\infty[$

جدول تغيرات الدالة $g$ :

| $x$ | $0$ | $1$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $g'(x)$ | $-$ | $0$ | $-$ |
| $g(x)$ | $1 \searrow$ | $0$ | $\searrow -\infty$ |

0.5

من جدول تغيرات الدالة $g$ نجد: $g(x) \geq 0$ من اجل $x\epsilon]0;1]$ ، $g(x) \leq 0$ من اجل $x\epsilon[1;+\infty[$

استنتاج وضعية $(C_f)$ بالنسبة الى يعود الى $(D)$ دراسة اشارة الفرق $f(x)-2x-\frac{1}{2}$ اي اشارة $g(x)$

| $x$ | $0$ | $1$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $g(x)$ | $+$ | $0$ | $-$ |
| الوضعية | $(C_f)$ فوق $(D)$ | | $(C_f)$ تحت $(D)$ |

0.5

5. انشاء $(C_f)$ و $(D)$ :

6. 1) حساب بدلالة باستعمال المكاملة بالتجزئة :

لدينا: $I_n = \int_{\frac{1}{n}}^{1} x^2 \ln x \, dx$

نضع: $\begin{cases} u'(x) = x^2 \\ v(x) = \ln x \end{cases}$ ومنه: $\begin{cases} u(x) = \frac{x^3}{3} \\ v'(x) = \frac{1}{x} \end{cases}$ 0.75

اذن: $I_n = \left[\frac{x^3}{3} \ln x\right]_{\frac{1}{n}}^{1} - \int_{\frac{1}{n}}^{1} \frac{x^3}{3} \times \frac{1}{x} dx$

ومنه بعد التبسيط نجد: $I_n = \frac{1}{3n^3}\left(\frac{1}{3} + \ln n\right) - \frac{1}{9}$

2) استنتاج بدلالة $n$ المساحة $A(n)$:

بما ان $0 < \frac{1}{n} \leq x \leq 1$ اي $0 < x < 1$ فان

$f(x) - 2x - \frac{1}{2} > 0$

حسب السؤال 2 من الجزء $II$ اي من اجل $\frac{1}{n} \leq x \leq 1$ فان

$f(x) - 2x - \frac{1}{2} > 0$ وبالتالي :

0.75 ولدينا : $A(n) = \int_{\frac{1}{n}}^{1} \left(f(x) - \left(2x + \frac{1}{2}\right)\right) dx$

$f(x) - \left(2x + \frac{1}{2}\right) = \frac{3}{2}x^2 - 2x + \frac{1}{2} - x^2 \ln x$

ومنه : $A(n) = \left[\frac{x^3}{2} - x^2 + \frac{x}{2}\right]_{\frac{1}{n}}^{1} - I_n$ بعد التبسيط نجد :

$A(n) = \left(-\frac{11}{18n^3} + \frac{1}{n^2} - \frac{1}{2n} + \frac{1}{3}\left(\frac{ln(n)}{n^3}\right) + \frac{1}{9}\right) \times 4cm^2$

حساب $\lim_{n\to+\infty} A(n)$

لدينا : $\lim_{n\to+\infty} \frac{ln(n)}{n^3} = 0$ ومنه نجد :

$\lim_{n\to+\infty} A(n) = \frac{4}{9}$

0.75